

เอกสารประกอบการสอนเรื่อง จำนวนและตัวเลข

จำนวน (number) เป็นนามธรรมเพื่อบอกปริมาณว่ามีมากหรือน้อย เนื่องจากมนุษย์มีการใช้ภาษาที่ต่างกัน เพื่อความเข้าใจตรงกันในการบอกปริมาณเดียวกันจึงมีการคิดสัญลักษณ์ใช้แทนจำนวนที่เรียกว่าตัวเลข (numeral) ขึ้น ซึ่งตัวเลขมีใช้กันตั้งแต่สมัยโบราณ ตัวเลขที่น่าสนใจได้แก่ ตัวเลขบาบิโลน ตัวเลขอียิปต์ ตัวเลขโรมัน และตัวเลขฮินดู ในปัจจุบันตัวเลขที่ใช้กันอย่างแพร่หลายที่สุดจนเป็นสากลคือ ตัวเลขฮินดูอารบิก ส่วนตัวเลขไทยหรือเลขโรมันมีใช้บ้างบางโอกาส

ตัวเลขบาบิโลน

เป็นสัญลักษณ์ที่มีลักษณะคล้ายรูปสี่เหลี่ยม (▼) แทนจำนวนดังนี้

▼ แทนจำนวน หนึ่ง และ ◀ แทนจำนวน สิบ
ส่วน ▼▼ แทน จำนวนสอง ▼▼▼ แทน จำนวนสาม ▼▼▼▼ แทนจำนวนสี่ ฯลฯ

ชาวบาบิโลนเป็นผู้เริ่มต้นแนวคิดเกี่ยวกับค่าประจำหลัก คือ ใช้สัญลักษณ์ตัวเดียวกันแทนจำนวนที่ต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของตัวเลขนั้นๆ

สัญลักษณ์ ▼ อาจหมายถึง $1, 60, 60^2, 60^3, \dots$

สัญลักษณ์ ◀ อาจหมายถึง $10, 10 \times 60, 10 \times 60^2, 10 \times 60^3, \dots$

ตัวอย่างเช่น

◀▼ อาจหมายถึง $10 + 1$ ซึ่งเท่ากับ 11 หรือ $600 + 60$ ซึ่งเท่ากับ 660 หรืออื่นๆ

ตัวเลขอียิปต์

ชาวอียิปต์เป็นชาติที่เจริญรุ่งเรืองทางด้านศิลปวิทยาการ รู้จักใช้ภาพเป็นสัญลักษณ์แทนจำนวน ดังนี้

ตัวเลขอียิปต์		∩	9	⦿	∩	∞	⊕
	ขีดหรือเสา	รูปเกือกม้า	รูปม้วนกระดาษ	รูปดอกบัว	รูปนิ้วกำลั้งชี้	รูปปลา	รูปคนกำลั้งตกใจ
แทนจำนวน	หนึ่ง	สิบ	หนึ่งร้อย	หนึ่งพัน	หนึ่งหมื่น	หนึ่งแสน	หนึ่งล้าน

การเขียนตัวเลขอียิปต์แทนจำนวน ใช้วิธีเขียนตัวเลขเรียงกันซึ่งจะเรียงอย่างไรก็ได้ แล้วนำค่ามาบวกกัน เช่น

IIIIIIIIII แทนจำนวน หนึ่งร้อยสามสิบสอง

XXIIIIIIII แทนจำนวน สองพันสองร้อยสิบ

IIIIIIIIII ∞ III แทนจำนวน หนึ่งล้านหนึ่งแสนสามหมื่น

ตัวเลขโรมัน

ชาวโรมันนำตัวหนังสือกรีกมาดัดแปลงเป็นตัวเลขโรมัน ซึ่งมีสัญลักษณ์พื้นฐานเจ็ดตัว ดังนี้

ตัวเลขโรมัน	I	V	X	L	C	D	M
ตัวเลขฮินดูอารบิก	1	5	10	50	100	500	1000

วิธีการเขียนตัวเลขโรมันแทนจำนวน

1. หลักการเพิ่ม คือ เขียนตัวเลขเรียงกันตามลำดับจากค่ามากไปหาค่าน้อย แล้วนำค่าตัวเลขแต่ละตัวมาบวกกัน เช่น

VI แทน $5 + 1$ หรือ 6

XVII แทน $10 + 5 + 2$ หรือ 17

CLXXV แทน $100 + 50 + 10 + 10 + 5$ หรือ 175

2. หลักการลด คือ เขียนตัวเลขที่มีค่าน้อยกว่าไว้ข้างหน้าตัวเลขที่มีค่ามากกว่า แล้วนำค่าตัวเลขทั้งสองมาลบกัน ซึ่งใช้กับจำนวนที่มีตัวเลข 4 และ 9 เท่านั้น

การเขียนตัวเลขโดยใช้หลักการลด มีเงื่อนไข ดังนี้

2.1 ตัวเลขที่ใช้เป็นตัวลบ ได้แก่ I, X และ C เท่านั้น

2.2 ตัวเลขที่อยู่หน้าของ X หรือ V ได้แก่ I เพียงตัวเดียว

เช่น IV แทน 4

IX แทน 9

2.3 ตัวเลขที่อยู่ข้างหน้าของ L หรือ C ได้แก่ X เพียงตัวเดียว

เช่น XL แทน 40

XC แทน 90

2.4 ตัวเลขที่อยู่ข้างหน้าของ D หรือ M ได้แก่ C เพียงตัวเดียว

เช่น CD แทน 400

CM แทน 900

จำนวน 499 เขียนเป็น $400 + 90 + 9$ ซึ่งเท่ากับ $CD + XC + IX$ ซึ่งแทนด้วย CDXCIX

จำนวน 944 เขียนเป็น $900 + 40 + 4$ ซึ่งเท่ากับ $CM + XL + IV$ ซึ่งแทนด้วย CMXLIV

ในระบบตัวเลขโรมันยังมีสัญลักษณ์แทนจำนวนที่มีค่ามากๆ โดยใช้เครื่องหมาย – บนสัญลักษณ์พื้นฐานเพียงหกตัว ดังนี้

\bar{V} แทน 5,000 \bar{X} แทน 10,000 \bar{L} แทน 50,000

\bar{C} แทน 100,000 \bar{D} แทน 500,000 \bar{M} แทน 1,000,000

ระบบตัวเลขฐานต่างๆ

1. ตัวเลขฐานสิบ ใช้เลขโดดสิบตัว คือ 0, 1, 2, ..., 9 เป็นสัญลักษณ์บอกปริมาณ เช่น 842
2. ตัวเลขฐานห้า ใช้เลขโดดห้าตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4 เป็นสัญลักษณ์บอกปริมาณ เช่น 134_5
3. ตัวเลขฐานสอง ใช้เลขโดดสองตัว คือ 0, 1 เป็นสัญลักษณ์บอกปริมาณ เช่น 1011_2

4. ตัวเลขฐานสิบสอง ใช้เลขโดดสิบสองตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B

เป็นสัญลักษณ์บอกปริมาณซึ่ง A แทน สิบ และ B แทน สิบเอ็ด เช่น $2A7B_{12}$

ตารางแสดงหลัก และค่าประจำหลักในระบบตัวเลขฐานต่างๆ

หลักที่	...	เจ็ด	หก	ห้า	สี่	สาม	สอง	หนึ่ง
ค่าประจำหลักตัวเลขฐานสิบ	...	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10	1
ค่าประจำหลักตัวเลขฐานห้า	...	5^6	5^5	5^4	5^3	5^2	5	1
ค่าประจำหลักตัวเลขฐานสอง	...	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2	1
ค่าประจำหลักตัวเลขฐานสิบสอง	...	12^6	12^5	12^4	12^3	12^2	12	1

การเขียนจำนวนในระบบตัวเลขฐานต่างๆให้อยู่ในระบบตัวเลขฐานสิบ ใช้หลัก การกระจาย

ตัวอย่าง จงเขียน 134_5 , 1101_2 และ $2BA_{12}$ ให้อยู่ในระบบตัวเลขฐานสิบ

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } 134_5 &= (1 \times 5^2) + (3 \times 5) + (4 \times 1) \\ &= 25 + 15 + 4 \\ &= 44\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1101_2 &= (1 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (0 \times 2) + (1 \times 1) \\ &= 8 + 4 + 0 + 1 \\ &= 13\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2BA_{12} &= (2 \times 12^2) + (B \times 12) + (A \times 1) \\ &= (2 \times 144) + (11 \times 12) + (10 \times 1) \\ &= 288 + 132 + 10 \\ &= 430\end{aligned}$$

การเขียนจำนวนในระบบตัวเลขฐานสิบให้อยู่ในระบบตัวเลขฐานต่างๆ ใช้หลักการหารสั้นโดยจำนวนที่เป็นตัวหาร คือ ตัวเลขฐานต่างๆที่ต้องการ

ตัวอย่าง จงเขียน 49 , 512 และ 3275 ให้อยู่ในระบบตัวเลขฐานสอง , ห้า และสิบสองตามลำดับ

วิธีทำ เขียน 49 ให้อยู่ในระบบตัวเลขฐานสอง

$$\begin{array}{r}
 2)49 \\
 \underline{2)24} \quad \text{เศษ 1} \\
 2)12 \quad \text{เศษ 0} \\
 2)6 \quad \text{เศษ 0} \\
 2)3 \quad \text{เศษ 0} \\
 1 \quad \text{เศษ 1}
 \end{array}$$

$\therefore 49 = 110001_2$

เขียน 512 ให้อยู่ในระบบตัวเลขฐานห้า

$$\begin{array}{r}
 5)512 \\
 \underline{5)102} \quad \text{เศษ 2} \\
 5)20 \quad \text{เศษ 2} \\
 4 \quad \text{เศษ 0}
 \end{array}$$

$\therefore 512 = 4022_5$

เขียน 3275 ให้อยู่ในระบบตัวเลขฐานสิบสอง

$$12)3275$$

$$12)272 \quad \text{เศษ B}$$

$$12)22 \quad \text{เศษ 8}$$

$$1 \quad \text{เศษ A}$$

$$\therefore 3275 = 1A8B_{12}$$

การเปลี่ยนฐานที่กำหนดให้เป็นฐานอื่น และฐานทั้งคู่ไม่ใช่ฐานสิบ ทำได้โดยเปลี่ยนตัวเลขที่กำหนดให้เป็นตัวเลขในระบบตัวเลขฐานสิบก่อน

ตัวอย่าง จงเขียน 324_5 ให้อยู่ในระบบตัวเลขฐานสอง

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 324_5 &= (3 \times 5^2) + (2 \times 5) + (4 \times 1) \\ &= (3 \times 25) + (2 \times 5) + (4 \times 1) \\ &= 75 + 10 + 4 \\ &= 89 \end{aligned}$$

เปลี่ยน 89 ให้เป็นตัวเลขในระบบตัวเลขฐานสอง

$$2)89$$

$$2)44 \quad \text{เศษ 1}$$

$$2)22 \quad \text{เศษ 0}$$

$$2)11 \quad \text{เศษ 0}$$

$$2)5 \quad \text{เศษ 1}$$

$$2)2 \quad \text{เศษ 1}$$

$$1 \quad \text{เศษ 0}$$

$$\therefore 324_5 = 1011001_2$$

ตัวอย่าง จงเขียน 130120_5 ให้อยู่ในระบบตัวเลขฐานสิบสอง

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } 130120_5 &= (1 \times 5^5) + (3 \times 5^4) + (1 \times 5^2) + (2 \times 5) \\ &= 3125 + 1875 + 25 + 10 \\ &= 5035\end{aligned}$$

เปลี่ยน 5035 ให้เป็นตัวเลขในระบบตัวเลขฐานสิบสอง

$$12 \overline{)5035}$$

$$12 \overline{)419} \quad \text{เศษ 7}$$

$$12 \overline{)34} \quad \text{เศษ B}$$

$$2 \quad \text{เศษ A}$$

$$\therefore 130120_5 = 2AB7_{12}$$

CHINMAWAT.B.